Funciones Afines y Funciones Lineales:

Antes de comenzar, vamos a aclarar la diferencia entre ambas funciones:

- Las funciones lineales, son aquéllas funciones de proporcionalidad directa de la forma: $F(x) = a\,x$
  Estas funciones se llaman también de Proporcionalidad directa.

- En Cambio, las funciones afines son una forma más general: $F(x) = a \cdot x + b$, en las que tenemos un valor "b" además de una constante que multiplica a la "x".

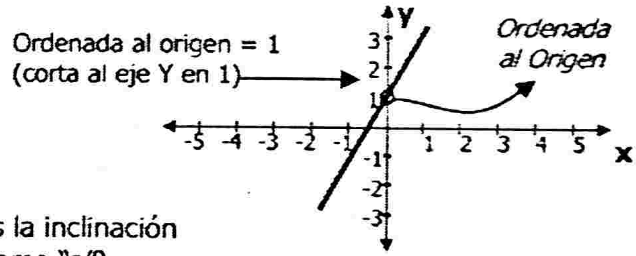
Esta diferencia hace simplemente a como llamemos a las funciones (Ya que todas las propiedades y cálculos que hagamos, no van a influir en nada en cuanto a esta diferencia en el nombre), aunque como se usa mucho el término de "función lineal", es común nombrarlas de esa manera, pero quería aclarar esta sutil diferencia para que lo tengan en cuenta.

Aclarado este punto vamos a comenzar a estudiar las funciones Afines o su forma particular de funciones lineales a continuación.

☆ **Pendiente y Ordenada al Origen:** Vamos a ver ahora por separado las dos cuestiones mas significativas para las funciones afines y su relación con las gráficas.

⇨ **La Ordenada al Origen:** Es el valor que toma "y" cuando "x=0" y este valor nos indica donde la recta corta al eje Y. (En la fórmula general **y=ax+b** la expresamos como "**b**")

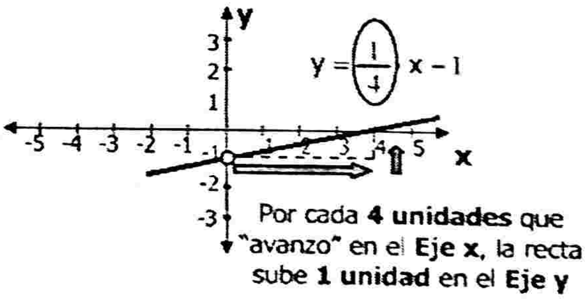
La recta que graficamos antes era $Y = 2\,X + 1$



⇨ **La Pendiente**: Este valor lo que nos indica es la inclinación de la recta (En la fórmula general la expresamos como "a")...
Veamos como graficar una recta a partir de su pendiente.

Ejemplo: Grafiquemos la recta: $y = \frac{1}{4} \cdot x - 1$

Lo primero que hacemos es ubicar la ordenada al origen, porque sabemos que la recta va a cortar al eje Y en ese punto, por lo tanto ya tenemos un punto de partida para graficar la recta. Marcamos entonces el –1 sobre el eje Y (y a partir de ese punto ubico otro punto según la pendiente)

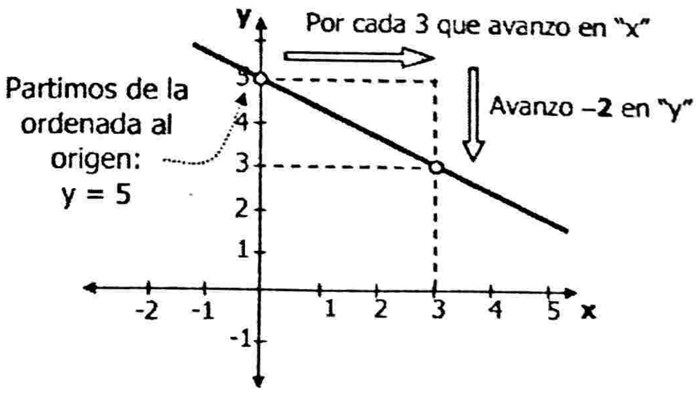


Veamos otro ejemplo: Grafiquemos $y = \frac{-2}{3} \cdot x + 5$

En este caso, la pendiente es: –2/3
Por lo tanto por cada 3 unidades que avanzo en "x"
Retrocedo 2 unidades en "y"

Y la Ordenada al Origen es: +5
O sea que cortará al eje "y" en 5

Y graficamos la recta, comenzando por la ordenada al origen, en este caso 5, que es donde la recta corta al eje "y", y luego, guiándonos por la pendiente ubicamos otro punto para poder unirlos y graficar la recta.

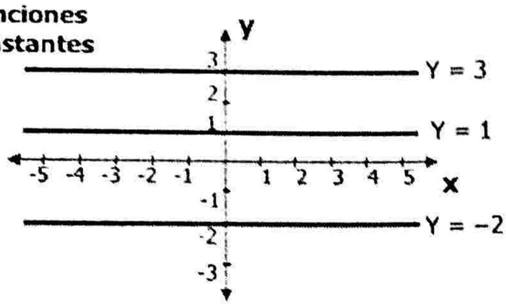


☆ **Rectas Verticales y Horizontales:** Vamos a ver a continuación dos casos muy particulares de rectas, las rectas verticales y las horizontales, ya que estos dos tipos especiales se escriben simbólicamente de una manera muy particular.

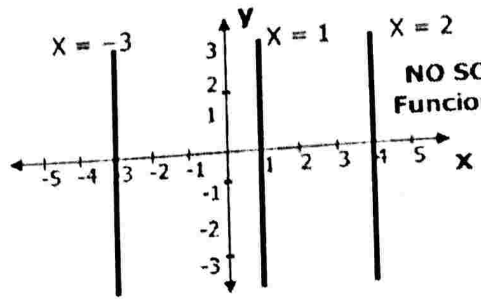
Lo interesante es saber cómo graficar en los ejes cartesianos estos tipos de rectas a primera vista solo mirando la expresión simbólica.

☆ Rectas Horizontales: La ecuación es: $Y = Y_1$
(Donde Y_1 es el valor donde corta al eje Y)

Funciones Constantes



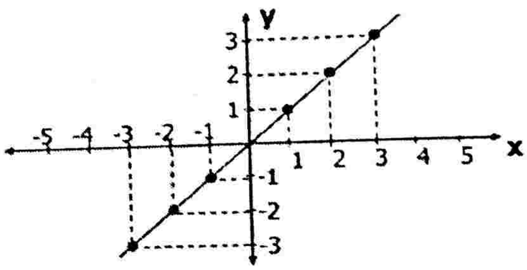
☆ Rectas Verticales: La ecuación es: $X = X_1$
(Donde X_1 es el valor donde corta al eje X)



Es importante saber que cuando tenemos una recta de la forma: Y = 5 es una recta horizontal que corta al eje "y" en 5, o bien que cuando tenemos una recta de la forma X = –6, va a ser una recta vertical que corte al eje "x" en –6

Otros Casos Especiales de Funciones Afines:

☆ **Función Identidad**: Es la recta particular Y = X
O sea cuando la pendiente vale 1 y la ordenada al origen cero.
En esta recta siempre el valor de "y" va a ser igual al de "x"



☆ **Función de Proporcionalidad Directa**: Es la recta Y = "a" . X + 0
(También llamada **Función Lineal** como vimos al principio)

Para cualquier valor de "a" (pendiente) cuando **la ordenada al origen vale cero**. Estas rectas siempre pasan por el origen de coordenadas. La particularidad de estas rectas es que los valores de X e Y son magnitudes directamente proporcionales. Ejemplo: Supongamos la recta Y = 3 X → En este caso siempre Y va a valer el triple de lo que vale X, por eso es que son magnitudes directamente proporcionales.

☆ **Condiciones de Perpendicularidad y Paralelismo**: Bueno, como ya vimos, la inclinación de la recta depende del valor que tome la pendiente "**a**", veamos ahora que ocurre con "**a**" en los casos de rectas perpendiculares y paralelas...

Primero veamos que son rectas paralelas y perpendiculares:

- Rectas Paralelas: Son rectas que no se cortan nunca (O se dice que se cortan en el infinito)
- Rectas Perpendiculares: Son rectas que se cortan formando 4 ángulos de 90º

Visto esto, podemos comenzar a imaginarnos que va a suceder con las rectas paralelas, en las que si no se cortan nunca, entonces, es porque tendrán la misma inclinación.

Por otro lado sabemos que la inclinación de las rectas respecto del eje "x" está definida por la pendiente o sea el valor de "a" en la forma general: F(x) = a x + b

Por lo tanto podemos concluir que dos rectas paralelas tendrán la misma inclinación, o lo que equivale a decir que tendrán la misma pendiente.

A continuación veremos los conceptos de paralelismo y perpendicularidad, expresados simbólicamente en función de las pendientes y con ejemplos ilustrativos.

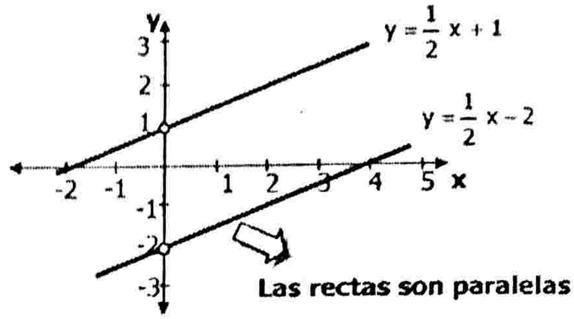
⇨ **Rectas Paralelas:**

Como ya habíamos adelantado, para que dos rectas sean paralelas, **las pendientes deben ser iguales.**

Dadas las rectas $\begin{cases} Y_1 = a_1 \,.\, X + b_1 \\ Y_2 = a_2 \,.\, X + b_2 \end{cases}$ ⇨ Las rectas Y_1 e Y_2 son paralelas: $\Longleftrightarrow$ $\boxed{a_1 = a_2}$ "O sea que para que sean paralelas las pendientes tienen que ser iguales"

Veamos un ejemplo graficado:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x - 2 \\ y &= \frac{1}{2}x + 1 \end{aligned}\right\} \text{ Tienen ambas pendiente} = \frac{1}{2}$$



⇨ **Rectas Perpendiculares:**

El caso de las rectas perpendiculares es un poco mas difícil de ver, pero quiero que quede claro que no hay duda de que está condición dependerá de las pendientes de las rectas, ya que las mismas son las que definen la inclinación relativa de las rectas respecto del eje "X"

Veamos entonces cuál debe ser la relación entre las pendientes para que dos rectas sean perpendiculares:

Dadas las rectas $\begin{cases} Y_1 = a_1 \,.\, X + b_1 \\ Y_2 = a_2 \,.\, X + b_2 \end{cases}$ ⇨ Las rectas Y_1 e Y_2 son perpendiculares: $\Longleftrightarrow$ $\boxed{a_1 = -\frac{1}{a_2}}$ "O sea que para que sean perpendiculares las pendientes tienen que ser inversas y opuestas"

Veamos un ejemplo graficado:

$$\left.\begin{aligned} y &= 3 \cdot x - 3 \\ y &= -\frac{1}{3} \cdot x + 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &3 \text{ y } -\frac{1}{3} \\ &\text{Son inversas y opuestas} \end{aligned}$$